AKADEMIE VŠEM STŘEDNÍ ŠKOLA

Matematika

1. ročník

24. 11. 2022

Mgr. Ing. Jiří Tobíšek

Akademie VŠEM - střední škola

Výrokové formule

Pro každou výrokovou formuli φ nastanou některé z následujících možností:

a) φ **je** tautologie,
b) φ **není** tautologie,
c) φ **je** splnitelná formule,
d) φ **není** splnitelná formule,
e) φ **je** kontradikce,
f) φ **není** kontradikce.

Příklad 10.

Určete, zda formule $p \Rightarrow \neg p$ a $\neg p \Rightarrow p$ jsou kontradikce nebo tautologie nebo splnitelné.

p	$\neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow p$
0	1	**1**	**0**
1	0	**0**	**1**

Příklad 10

Příklad 10.

Určete, zda formule $p \Rightarrow \neg p$ a $\neg p \Rightarrow p$ jsou kontradikce nebo tautologie nebo splnitelné.

p	$\neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow p$
0	1		
1	0		

p	$\neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow p$
0	1	**1**	
1	0	**0**	

p	$\neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow p$
0	1	**1**	**0**
1	0	**0**	**1**

Formule $p \Rightarrow \neg p$ a $\neg p \Rightarrow p$ nejsou kontradikce, nejsou tautologie a jsou splnitelné formule.

Příklad 11.

Příklad 11.

Rozhodněte, zda formule

a) $\varphi = (p \Rightarrow (p \Rightarrow p)) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)$

p	$p \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (p \Rightarrow p)$	$(p \Rightarrow p) \Rightarrow p$	φ

b) $\psi = (p \Rightarrow \neg p) \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow p)$

p	$\neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow p$	ψ

jsou tautologie nebo splnitelné formule nebo kontradikce.

Příklad 11a.

Příklad 11.

Rozhodněte, zda formule

a) $\varphi = (p \Rightarrow (p \Rightarrow p)) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)$ je tautologie nebo splnitelná formule nebo kontradikce.

p	$p \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (p \Rightarrow p)$	$(p \Rightarrow p) \Rightarrow p$	φ
0	1			
1	1			

p	$p \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (p \Rightarrow p)$	$(p \Rightarrow p) \Rightarrow p$	φ
0	1	1		
1	1	1		

p	$p \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (p \Rightarrow p)$	$(p \Rightarrow p) \Rightarrow p$	φ
0	1	1	0	**0**
1	1	1	1	**1**

Tedy formule φ je splnitelná formule, není kontradikce a není tautologie.

Příklad 11b.

Příklad 11.

Rozhodněte, zda formule b) $\psi = (p \Rightarrow \neg p) \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow p)$ je tautologie nebo splnitelná formule nebo kontradikce.

p	$\neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow p$	ψ
0	1			
1	0			

p	$\neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow p$	ψ
0	1	1		
1	0	0		

p	$\neg p$	$p \Rightarrow \neg p$	$\neg p \Rightarrow p$	ψ
0	1	1	0	**0**
1	0	0	1	**0**

Tedy formule ψ je kontradikce, není splnitelná formule a není tautologie.

Příklad 12.

Příklad 12.

Rozhodněte, zda formule $\varphi = (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ je tautologie nebo kontradikce nebo splnitelná formule.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\boldsymbol{\varphi}$

Příklad 12.

Příklad 12.

Rozhodněte, zda formule $\varphi = (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ je tautologie nebo kontradikce nebo splnitelná formule.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\boldsymbol{\varphi}$
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

Příklad 12.

Příklad 12.

Rozhodněte, zda formule $\varphi = (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ je tautologie nebo kontradikce nebo splnitelná formule.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\boldsymbol{\varphi}$
0	0	1		
0	1	1		
1	0	0		
1	1	1		

Příklad 12.

Příklad 12.

Rozhodněte, zda formule $\varphi = (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ je tautologie nebo kontradikce nebo splnitelná formule.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\boldsymbol{\varphi}$
0	0	1	1	**1**
0	1	1	0	**0**
1	0	0	1	**0**
1	1	1	1	**1**

Formule $\varphi = (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ je:

- splnitelná formule,
- není tautologie,
- není kontradikce.

Predikátový počet

Kořeny predikátového počtu lze vystopovat až k Aristotelovu sylogismu, který se datuje do 4. století před naším letopočtem.

Aristotelova logika se zabývá vztahem předpokladů a závěru při dokazování. Předpoklady pak definuje výroky, které přisuzují nebo upírají jednu věc jiné. Věc, které je něco přiřčeno nebo odepřeno, je předmětem věty a to, co je přiřčeno nebo upřeno předmětu, je predikát.

Např. prohlášení všech medvědů za obratlovce znamená, že medvěd je předmětem a obratlovci je predikát.

Pro snazší popis těchto charakteristik se zavádí **predikáty s volnou proměnnou**, které **popisují vlastnosti prvků v množině** a **jsou vázány na** elementární pojem výrokového počtu, kterým je **výrok**.

Další pojmy predikátového počtu jsou spjaty s elementárním pojmem predikát, např. predikáty s volnou proměnnou jsou nejjednodušší formule predikátového počtu.

Predikát se intuitivně chápe jako vlastnost nebo vztah.

Predikát s volnou proměnnou

*Je-li M množina, potom $p(x)$ je **predikát s volnou proměnnou** x na množině M, jestliže platí: dosadíme-li za x v $p(x)$ libovolný prvek c množiny M, potom $p(c)$ je výrok (ať již pravdivý, nebo nepravdivý).*

Někdy se místo termínu *predikát s volnou proměnnou* používá termín *výroková forma* nebo *podmínka s volnou proměnnou.*

Jestliže $p(x)$ je predikát s volnou proměnnou x na množině M a uvažujeme-li množinu $\{x; p(x)\}$, zajímá nás, kdy je:

- tato množina prázdná,
- tato množina neprázdná
- totožná s množinou M.

Tyto skutečnosti lze vyjádřit **operátory**, které se nazývají **kvantifikátory**.

Termín je odvozen ze slov kvantifikovat, které znamená určovat množství, a kvantita, což je údaj, který odpovídá na otázku „kolik?" (latinsky quantum?), příp. „jak mnoho?", tzn. jde o množství.

Příklady 13 a 14

Příklad 13.

Jako množinu M uvažujme množinu všech reálných čísel a symbolem $r(y)$ označíme tvrzení: $y \leq 3$.

Dosadíme-li za y v $r(y)$ libovolné reálné číslo, dostáváme výrok.

Např. $r(\pi)$ je nepravdivý výrok, $r(-1)$ je pravdivý výrok.

Tedy $r(y)$ je predikát s volnou proměnnou y na množině všech reálných čísel M.

Příklad 14.

Jako množinu M uvažujme množinu všech celých čísel a symbolem $p(z)$ označíme tvrzení: $z^2 = 16$.

Dosadíme-li za z v $p(z)$ libovolné celé číslo, dostáváme výrok.

Určitě $p(4)$ a $p(-4)$ jsou pravdivé výroky,

pro všechna celá čísla z taková, že $z \neq -4$ a současně $z \neq 4$, je $p(z)$ nepravdivé.

Tedy $p(z)$ je predikát s volnou proměnnou z na množině všech celých čísel M.

Obecný kvantifikátor

Jestliže $p(x)$ je predikát s volnou proměnnou x na množině M a jestliže platí $\{x; p(x)\} = M$, potom se tato skutečnost zapisuje $\underset{x \in M}{\forall}\big(p(x)\big)$, a čteme:

pro všechna x z množiny M je $p(x)$ (pravdivé), nebo

pro každé* (nebo *pro libovolné*) *x z množiny M je $p(x)$ (pravdivé).

Symbol ∀ se nazývá *obecný* (nebo *univerzální, všeobecný* nebo *velký*) *kvantifikátor*.

Tento symbol pro obecný kvantifikátor vznikl převrácením písmena A z anglického *all – všechno, každý*.

Pro zápis $\underset{x \in M}{\forall}\big(p(x)\big)$ lze používat i další dva ekvivalentní zápisy:

a) $(\forall x \in M)\big(p(x)\big)$,

b) $\forall x\big(x \in M \Rightarrow p(x)\big)$.

Nejčastěji budeme používat zápisy $\underset{x \in M}{\forall}\big(p(x)\big)$ a $(\forall x \in M)\big(p(x)\big)$.

Existenční kvantifikátor

Jestliže $p(x)$ je predikát s volnou proměnnou x na množině M a jestliže platí $\{x; p(x)\} \neq \emptyset$ (tzn. tato množina obsahuje alespoň jeden prvek), potom se tato skutečnost zapisuje $\underset{x \in M}{\exists}\big(p(x)\big)$, a čteme:

existuje (alespoň jedno) x z množiny M takové, že je $p(x)$ pravdivé.

Symbol $\exists$ se nazývá *existenční* (nebo *malý*) *kvantifikátor*.

Tento symbol pro existenční kvantifikátor vznikl převrácením písmena E

z anglického *exists* – *existuje*.

Pro zápis $\underset{x \in M}{\exists}\big(p(x)\big)$ lze používat i další dva ekvivalentní zápisy:

a) $(\exists x \in M)\big(p(x)\big)$,

b) $\exists x\big(x \in M \wedge p(x)\big)$.

Nejčastěji budeme používat zápisy $\underset{x \in M}{\exists}\big(p(x)\big)$ a $(\exists x \in M)\big(p(x)\big)$.

Příklad 15

Příklad 15.

Zapišme jako formuli predikátového počtu tvrzení: ke každému reálnému číslu x existuje kladné přirozené číslo n takové, že $x \leq n$.

Množina všech reálných čísel se označuje R a množinu všech kladných přirozených čísel N, potom hledaná formule predikátového počtu má tvar: $\underset{x \in R}{\forall}\ \underset{n \in N}{\exists} (x \leq n)$

(resp. $(\forall x \in R)(\exists n \in N)(x \leq n)$).

Toto tvrzení se nazývá Archimédovou větou. Vlastně praví: máme-li reálné číslo, potom umíme nalézt kladné přirozené číslo, které je stejně velké nebo větší. Toto tvrzení je zcela jistě pravdivé.

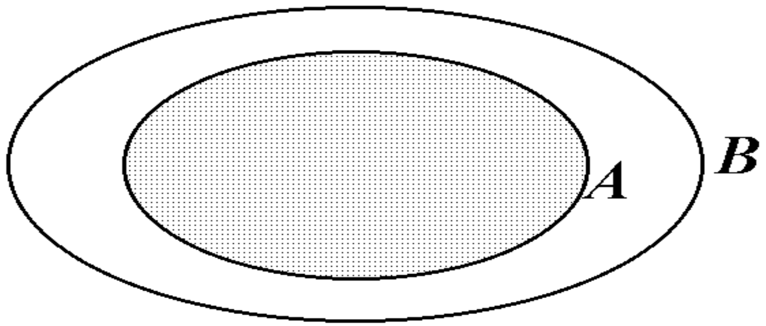
V předcházející formuli $\underset{x \in R}{\forall}\ \underset{n \in N}{\exists} (x \leq n)$ (resp. $(\forall x \in R)(\exists n \in N)(x \leq n)$) uděláme drobnou změnu: $\underset{n \in N}{\exists}\ \underset{x \in R}{\forall} (x \leq n)$ (resp. $(\exists n \in N)(\forall x \in R)(x \leq n)$), změníme pořadí kvantifikátorů, toto tvrzení je zcela jistě nepravdivé. Tzn. musíme dávat pozor na pořadí kvantifikátorů.

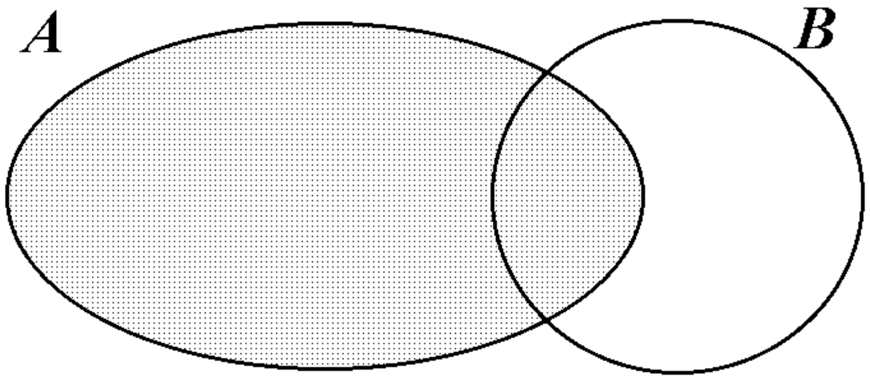
Množinové operace

Podmnožina množiny

Jestliže A a B jsou množiny, potom množina A je podmnožinou* (nebo *částí*) *množiny B (a označuje se $\boldsymbol{A \subset B}$ nebo $\boldsymbol{B \supset A}$), *jestliže* $(\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A})(\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B})$ (tj. **pro každé $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}$ je $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B}$**).

Tzn. množina A je podmnožinou množiny B právě tehdy, jestliže množina B obsahuje všechny prvky množiny A.





Podmnožina množiny

Místo termínu A *je podmnožinou* B se používá (méně často) termín B *je nadmnožinou* A.

Symbol $\subset$ se nazývá **inkluzí**.

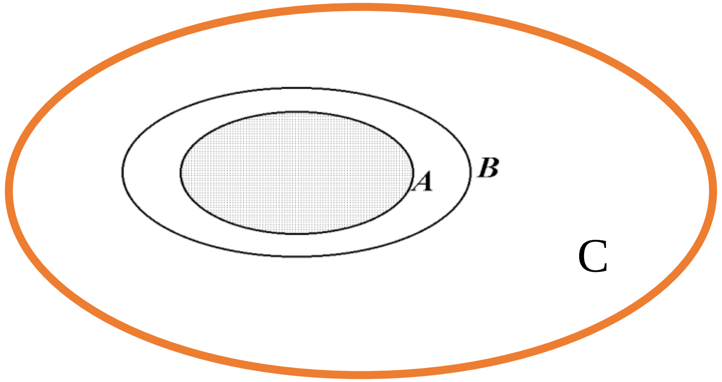
Evidentně platí:

a) Pro každou množinu A platí: $\boldsymbol{\emptyset \subset A}$ (tj. prázdná množina je podmnožinou libovolné množiny) a $\boldsymbol{A \subset A}$ (tj. množina je sama svou podmnožinou).

b) Jestliže A a B jsou množiny, potom $\boldsymbol{A = B}$ právě tehdy, jestliže $\boldsymbol{A \subset B}$ a **současně** $\boldsymbol{B \subset A}$.

c) Jestliže A, B a C jsou množiny takové, že $\boldsymbol{A \subset B}$ a současně $\boldsymbol{B \subset C}$, potom $\boldsymbol{A \subset C}$.

Je-li množina A podmnožinou množiny B, potom nejde o množinovou operaci, ale o vztah (nebo relaci) mezi dvěma množinami.



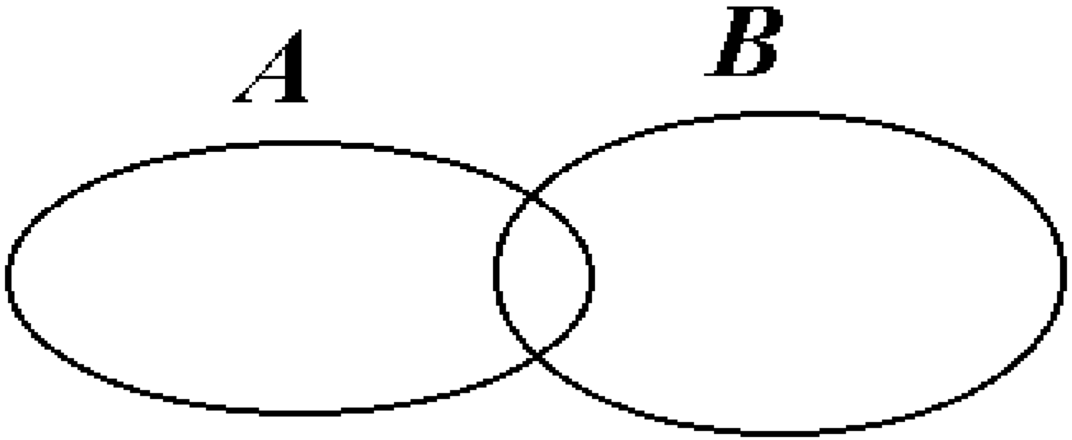
Sjednocení množin

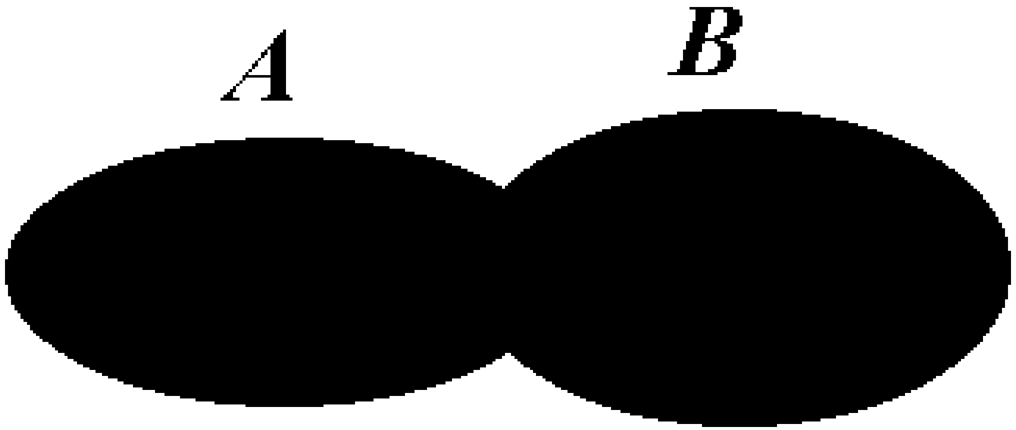
Jestliže A a B jsou množiny, potom s**jednocením množin A a B** se rozumí **množina**

$\boldsymbol{A \cup B=\{x;\ x \in A \vee x \in B\}}$.

Do sjednocení množin A a B patří všechny prvky, které patří do množiny A nebo patří do množiny B.

Z množin A a B vytvoříme $A \cup B$:





Vlastnosti sjednocení množin

Jestliže A, B, C a D jsou množiny, potom

a) $\boldsymbol{A \cup B = B \cup A}$,

b) $\boldsymbol{A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A}$,

c) $\boldsymbol{A \cup A = A}$,

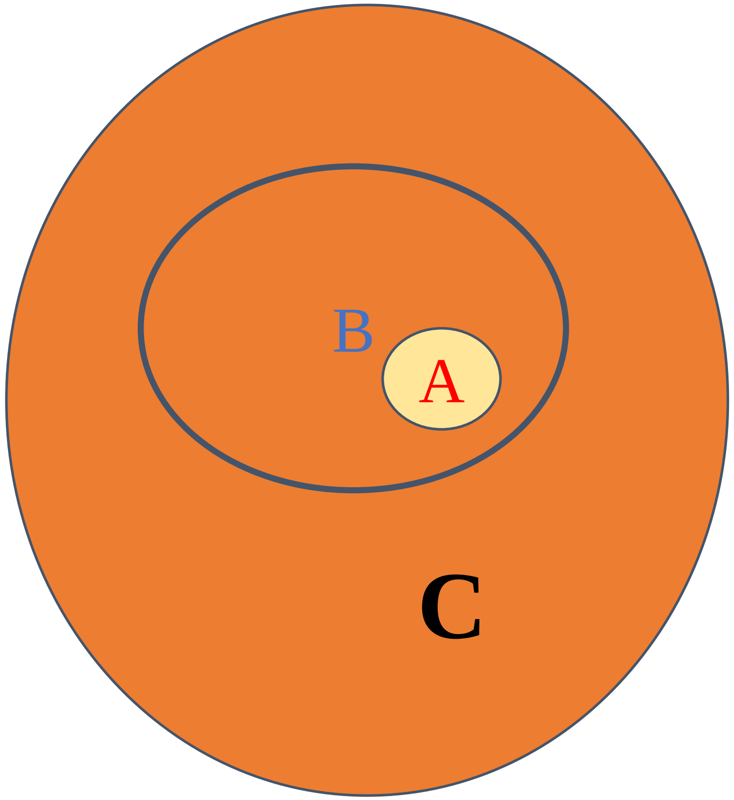
d) **jestliže $\boldsymbol{A \subset C}$ a $\boldsymbol{B \subset C}$, potom $\boldsymbol{A \cup B \subset C}$,**

e) $\boldsymbol{A \subset B}$ **právě tehdy, jestliže $\boldsymbol{A \cup B = B}$,**

f) **$\boldsymbol{A \subset A \cup B}$ a $\boldsymbol{B \subset A \cup B}$,**

g) **jestliže $\boldsymbol{A \subset B}$, potom $\boldsymbol{A \cup C \subset B \cup C}$,**

h) **jestliže $\boldsymbol{A \subset B}$ a $\boldsymbol{C \subset D}$, potom $\boldsymbol{A \cup C \subset B \cup D}$.**



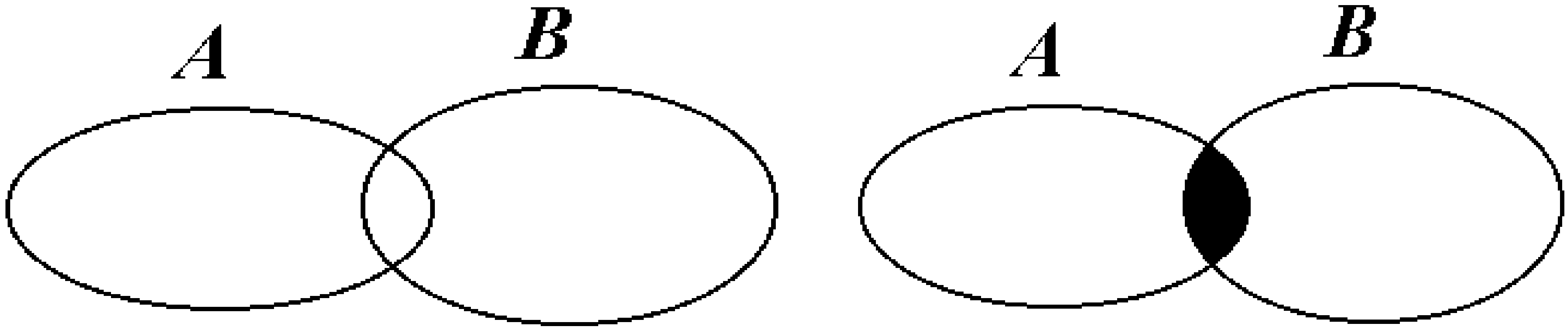
Průnik množin

Jestliže A a B jsou množiny**, potom **průnikem množin A a B** se **rozumí množina

$\boldsymbol{A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}}$.

Do průniku množin A a B patří všechny prvky, které patří do množiny A a současně patří do množiny B.

Ze stejných množin A a B, vytvoříme $A \cap B$.



Vlastnosti průniku množin

Jestliže A, B, C a D jsou množiny, potom

a) $\boldsymbol{A \cap B = B \cap A}$,

b) $\boldsymbol{A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset}$,

c) $\boldsymbol{A \cap A = A}$,

d) ***jestliže*** $\boldsymbol{C \subset A}$ ***a*** $\boldsymbol{C \subset B}$, ***potom*** $\boldsymbol{C \subset A \cap B}$,

e) $\boldsymbol{A \subset B}$ právě tehdy, jestliže $\boldsymbol{A \cap B = A}$,

f) $\boldsymbol{A \cap B \subset A}$ a $\boldsymbol{A \cap B \subset B}$,

g) jestliže $\boldsymbol{A \subset B}$, potom $\boldsymbol{A \cap C \subset B \cap C}$,

h) jestliže $\boldsymbol{A \subset B}$ a $\boldsymbol{C \subset D}$, potom $\boldsymbol{A \cap C \subset B \cap D}$,

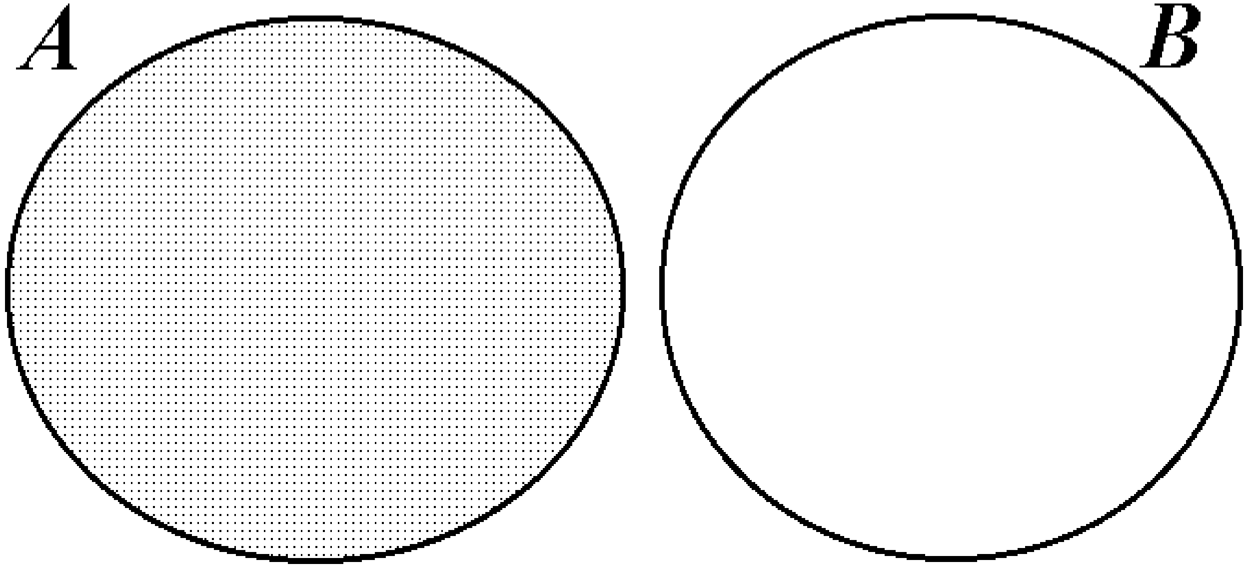
i) $\boldsymbol{A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)}$,

j) $\boldsymbol{A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)}$.

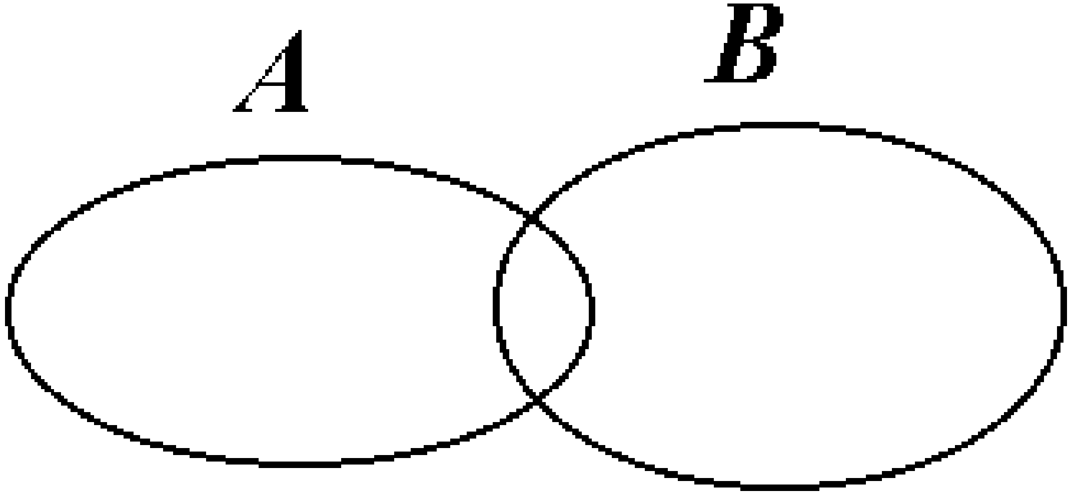
Disjunktní množiny

Množiny A a B jsou disjunktní, jestliže $\boldsymbol{A \cap B = \emptyset}$.

Tzn. množiny A a B nemají žádný společný prvek.



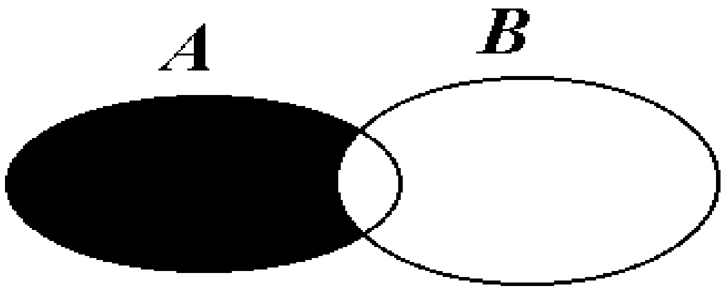
disjunktní množiny A a B

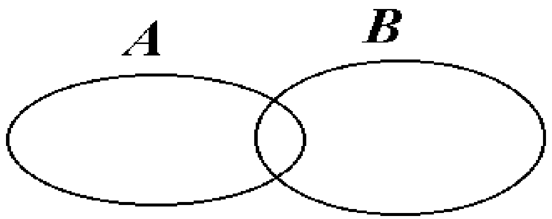


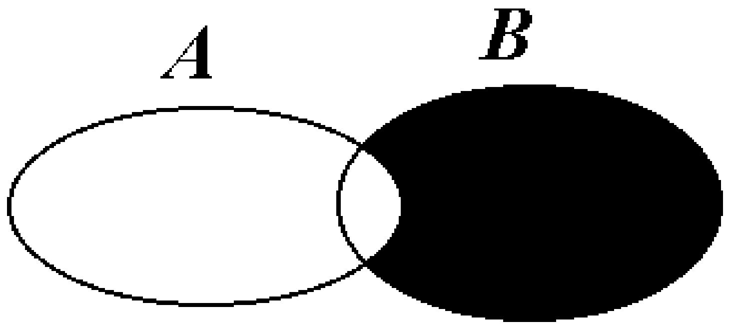
množiny A a B nejsou **disjunktní**

Rozdíl množin

Jestliže A a B jsou množiny, potom ***rozdílem množin A a B*** *se rozumí množinu*
$\boldsymbol{A - B = \{x;\, x \in A \wedge x \notin B\}}$.
Lze používat i značení $\boldsymbol{A \setminus B}$
Do rozdílu množin A a B patří všechny prvky, které patří do množiny A a současně nepatří do množiny B.
Ze stejných množin A a B, vytvoříme:







$A - B$

$B - A$

Vlastnosti rozdílu množin

Jestliže A, B a C jsou množiny, potom

a) $\boldsymbol{A - B = B - A}$ právě tehdy, jestliže $\boldsymbol{A = B}$,

b) $\boldsymbol{A - \emptyset = A}$,

c) $\boldsymbol{\emptyset - A = \emptyset}$,

d) $\boldsymbol{A - A = \emptyset}$,

e) $\boldsymbol{A - B = A - (A \cap B)}$,

f) $\boldsymbol{A - B \subset A}$,

g) $\boldsymbol{A \subset B}$ právě tehdy, jestliže $\boldsymbol{A - B = \emptyset}$,

h) $\boldsymbol{A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)}$,

i) $\boldsymbol{A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)}$.

Část a) ukazuje, že rozdíl množin není komutativní, části h) a i) se někdy nazývají de Morganova pravidla pro množiny.

Zápis $\boldsymbol{x \in A - \{a\}}$ znamená, že $\boldsymbol{x \in A \wedge x \neq a}$.

Příklad 16

Příklad 16.

Určete $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ a $B - A$, jestliže

a) $A = (-3, 5)$ a $B = \langle 0, 6)$,

b) $A = \langle -1, 5 \rangle$ a $B = \langle 5, 7 \rangle$,

c) $A = (-5, -3)$ a $B = (-1, 3)$,

d) $A = (-\infty, \infty)$ a $B = \{-2, 4\}$.

Příklad 16

Příklad 16.

Určete $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ a $B - A$, jestliže

a) $A = (-3, 5)$ a $B = \langle 0, 6 \rangle$,

b) $A = \langle -1, 5 \rangle$ a $B = \langle 5, 7 \rangle$,

c) $A = (-5, -3)$ a $B = (-1, 3)$,

d) $A = (-\infty, \infty)$ a $B = \{-2, 4\}$.

Řešení

a) $\boldsymbol{A \cup B = (-3, 6)}$, $\boldsymbol{A \cap B = \langle 0, 5)}$, $\boldsymbol{A - B = (-3, 0)}$ **a** $\boldsymbol{B - A = \langle 5, 6 \rangle}$,

b) $\boldsymbol{A \cup B = \langle -1, 7 \rangle}$, $\boldsymbol{A \cap B = \{5\}}$, $\boldsymbol{A - B = \langle -1, 5)}$ **a** $\boldsymbol{B - A = (5, 7 \rangle}$,

c) $\boldsymbol{A \cup B = (-5, -3) \cup (-1, 3)}$, $\boldsymbol{A \cap B = \emptyset}$ (tj. množiny A a B jsou disjunktní),
$\boldsymbol{A - B = (-5, -3) = A}$ **a** $\boldsymbol{B - A = (-1, 3) = B}$,

d) $\boldsymbol{A \cup B = (-\infty, \infty)}$, $\boldsymbol{A \cap B = \{-2, 4\}}$, $\boldsymbol{A - B = (-\infty, -2) \cup (-2, 4) \cup (4, \infty)}$
a $\boldsymbol{B - A = \emptyset}$ **(tj.** $\boldsymbol{B \subset A}$**).**

Uspořádaná dvojice prvků

V předchozím jsme množinu $\{a, b\}$ nazvali neuspořádanou dvojicí prvků a a b, protože platí: $\{a, b\} = \{b, a\}$, tj. nezáleží na pořadí prvků.

Pro řadu úvah potřebujeme mít prvky a a b uspořádány, proto se definuje uspořádaná dvojice prvků a a b:

Uspořádanou dvojicí prvků a a b se rozumí množina $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}] = \{\{\boldsymbol{a}\}, \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\}\}$.

Uspořádaná dvojice prvků a a b se značí buď $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$, nebo $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$.

Kartézský součin

Jestliže A a B jsou množiny, potom kartézským součinem množin A a B rozumíme množinu $\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = \{[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]; \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{B}\}$.

Kartézský součin množin A a B je množina všech uspořádaných dvojic prvků takových, že první prvek v uspořádané dvojici patří do množiny A a druhý prvek do množiny B.

Termín kartézský součin byl vytvořen na počest francouzského filosofa a matematika *René Descarta* (1596 – 1650), který latinsky podepisoval své práce *Renatus Cartesius*.

Příklad 17 a 18

Příklad 17.

Pro konečné množiny $A=\{1, 2, 3\}$ a $B=\{4, 5\}$ určíme $A \times B$ a $B \times A$.

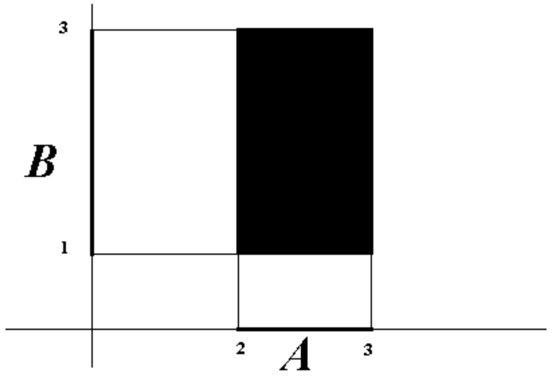
$A \times B=\{[1, 4], [2, 4], [3, 4],[1, 5], [2, 5], [3, 5]\}$ a

$B \times A=\{[4, 1], [4, 2], [4, 3],[5, 1], [5, 2], [5, 3]\}$.

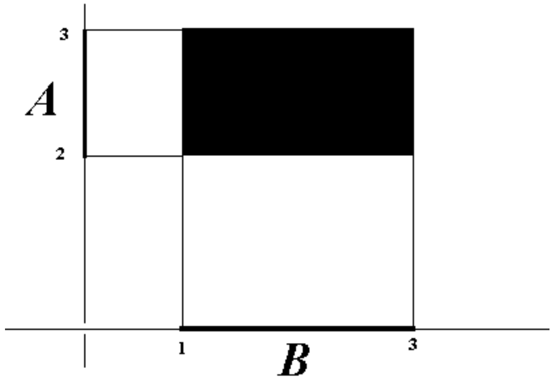
Zcela evidentně $A\times B\neq B\times A$. Kartézský součin není obecně komutativní.

Příklad 18.

Pro množiny $A = \langle 2, 3\rangle$ a $B = \langle 1,3\rangle$ graficky znázorníme v rovině kartézské součiny $A \times B$ a $B \times A$.



$\boldsymbol{A \times B = \langle 2, 3\rangle \times \langle 1, 3\rangle}$

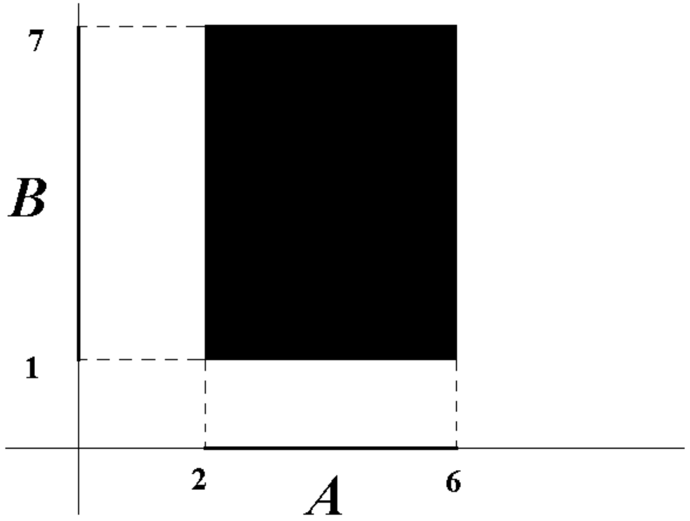


$\boldsymbol{B \times A = \langle 1, 3\rangle \times \langle 2, 3\rangle}$

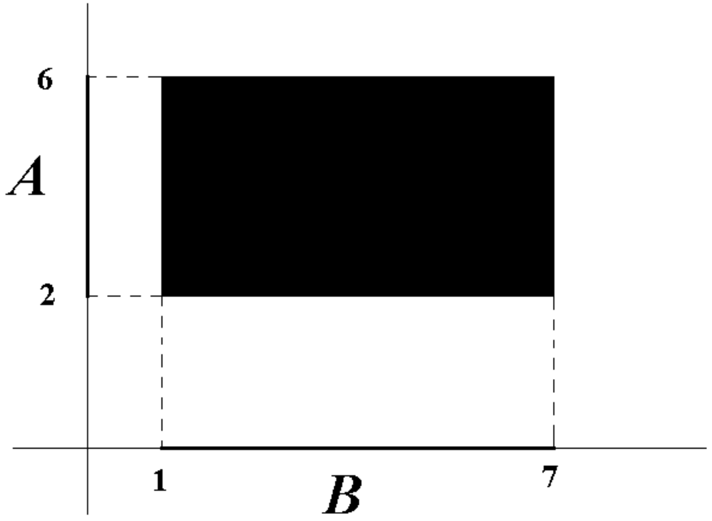
Příklad 19

Příklad 19.

Pro množiny A=⟨2, 6⟩ a B=⟨1,7⟩ graficky znázorníme v rovině kartézské součiny $A \times B$ a $B \times A$.



$$A \times B = \langle 2, 6 \rangle \times \langle 1, 7 \rangle$$



$$B \times A = \langle 1, 7 \rangle \times \langle 2, 6 \rangle$$

Vlastnosti kartézského součinu množin

Jestliže A, B, C a D jsou množiny, potom

a) $\boldsymbol{A \times B = B \times A}$ právě tehdy, jestliže $\boldsymbol{A = B \vee A = \emptyset \vee B = \emptyset}$,

b) $\boldsymbol{A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset}$,

c) jestliže $\boldsymbol{A \subset B}$, potom $\boldsymbol{A \times C \subset B \times C}$ a $\boldsymbol{C \times A \subset C \times B}$,

d) $\boldsymbol{(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)}$,

e) $\boldsymbol{A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)}$,

f) $\boldsymbol{(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)}$,

g) $\boldsymbol{A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)}$,

h) $\boldsymbol{(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)}$,

i) $\boldsymbol{A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)}$,

j) jestliže $\boldsymbol{A \subset B}$ **a** $\boldsymbol{C \subset D}$, potom $\boldsymbol{A \times C \subset B \times D}$.

Ztráta informace

Pro člověka začínajícího v této oblasti informací je zde příklad ztráty informace v řídicím systému podniku v posloupnosti instrukcí, které směřují od ředitele k řadovému pracovníku.

Instrukce ředitele náměstkovi: *Zítra v 9.00 h bude zatmění Slunce, tedy něco, co se každý den nevidí. Ať pracovníci nastoupí v pracovních oděvech na nádvoří. Při pozorování tohoto vzácného jevu podám sám příslušný výklad. Bude-li pršet, nebude nic vidět, v tom případě půjdeme do jídelny – sám podám výklad tohoto přírodního jevu.*

Instrukce náměstka vedoucím odborů: *Na pokyn ředitele bude zítra v 9.00 h zatmění Slunce. Bude-li pršet, nebude to možná zítra na nádvoří v pracovním oděvu vidět. V tom případě se zatmění slunce provede v jídelně, tedy něco, co se každý den nevidí.*

Vedoucí odboru sděluje vedoucím oddělení: *Na pokyn ředitele dojde zítra v 9.00 h v pracovním oděvu ke zmizení Slunce. Ředitel dá v jídelně pokyn k tomu, má-li pršet, což se nevidí každý den.*

Vedoucí oddělení nařizuje skupinářům: *Bude-li zítra v jídelně pršet, tedy něco, co se každý den nevidí, zmizí v 9.00 h náš ředitel v pracovním oděvu.*

Skupinář instruuje pracovníky: *Zítra v 9.00 h zmizí náš ředitel. Škoda, že se to nedá vidět každý den.*

DĚKUJI ZA POZORNOST