Matematika

1. ročník

15. 12. 2022

Mgr. Ing. Jiří Tobíšek

Akademie VŠEM - střední škola

Funkce jedné proměnné

Funkce jedné proměnné

Řekneme, že $f(x)$ je funkce jedné proměnné* (nebo zkráceně funkce)*, jestliže f je přesný předpis, který každému reálnému číslu x přiřazuje nejvýše jedno reálné číslo $y = f(x)$ nazývané funkční hodnotou funkce f v bodě x.

***Definiční obor funkce* $f(x)$, *který značíme* $D(f)$, *je* *množina* *všech reálných čísel* x, pro *která* existuje *funkční* hodnota $y = f(x)$.**

Obor hodnot funkce $f(x)$**,** ***který značíme*** $H(f)$**,** ***je množina*** $\{f(x); x \in D(f)\}$,

tj. $H(f) = \{f(x); x \in D(f)\}$.

***Je-li $f(x)$ funkce jedné proměnné, potom graf funkce $f(x)$ je množina všech bodů v rovině $[x, f(x)]$ pro $x \in D(f)$*, tj. jde o množinu** $\{[x, f(x)]; x \in D(f)\}$.

Kvadratická funkce

$$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$$

$f(x) = 0$ <=> kořeny rovnice

$D = b^2 - 4ac \geq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Příklad 19

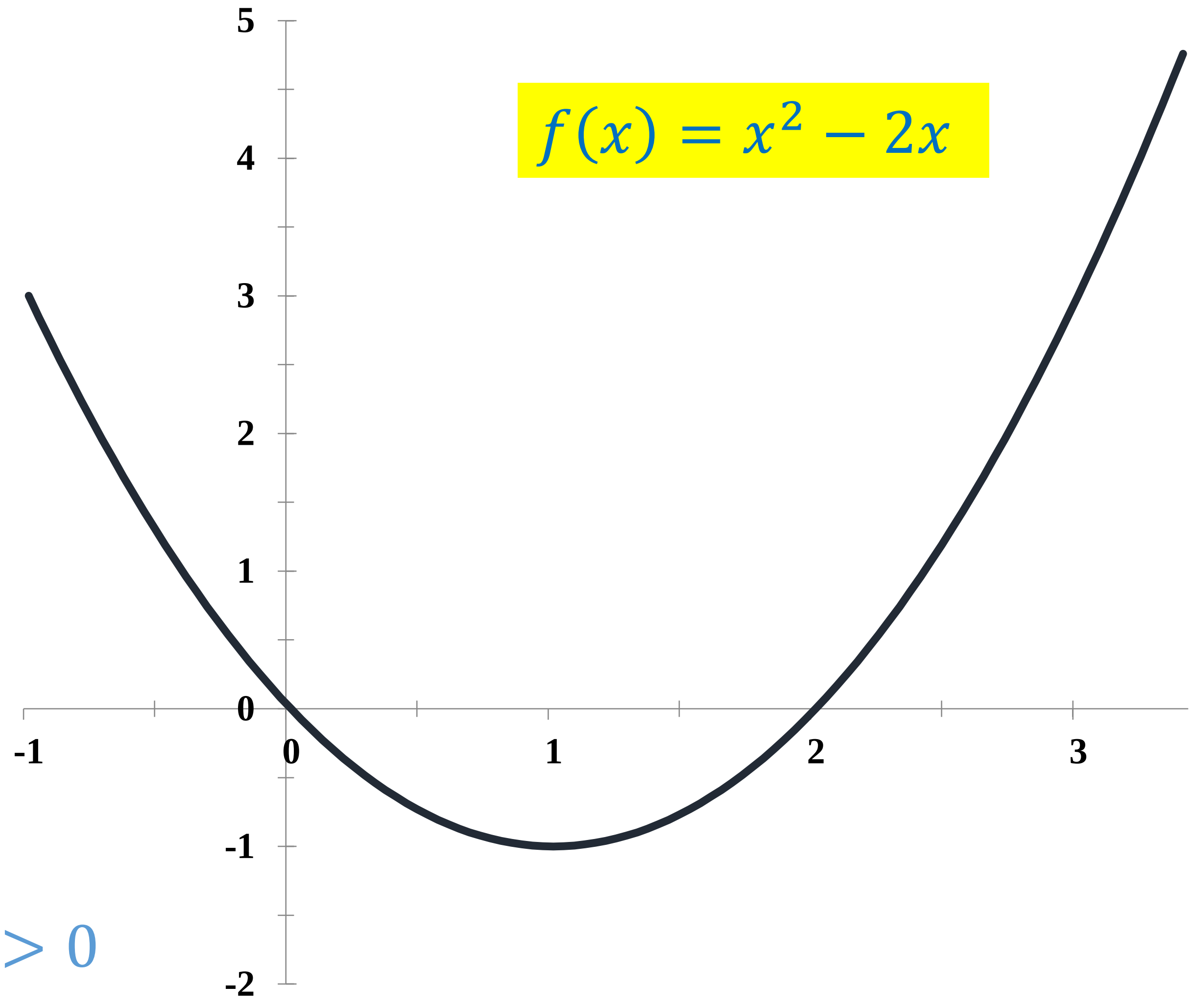
Příklad 19a

Uvažujme funkci $f(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu $f(x) = x^2 - 2x$.

Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.

$D(f) = (-\infty, \infty)$,

$H(f) = \langle -1, \infty)$.



Diskriminant $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 4 > 0$

$x_1 = 0$ $x_2 = 2$

Příklad 19

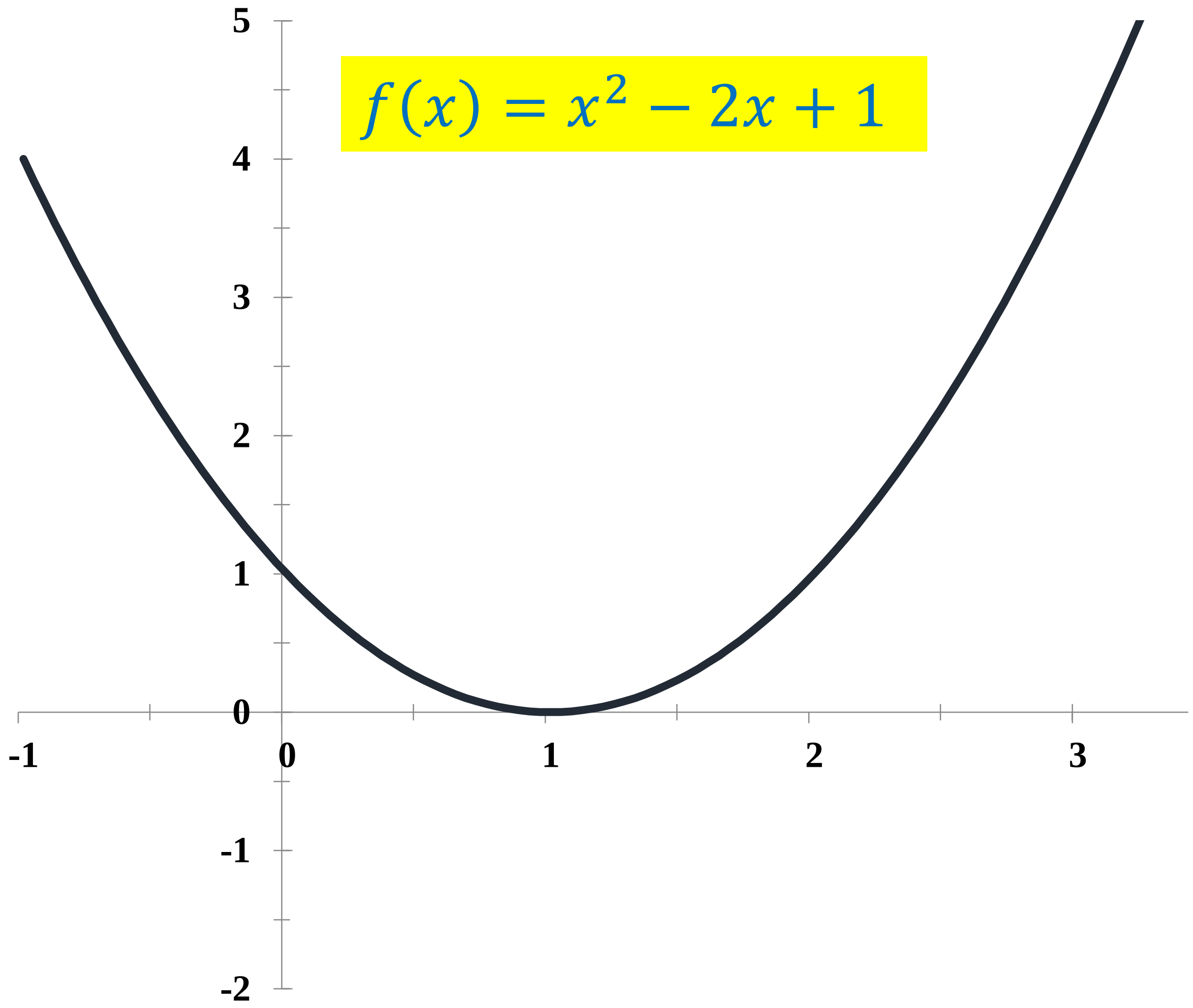
Příklad 19b

Uvažujme funkci $f(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu $f(x) = x^2 - 2x+1$.

Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.

$D(f) = (-\infty, \infty)$,

$H(f) = \langle 0, \infty)$.



Diskriminant $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = \mathbf{0}$

$x_{12} = 0$

Příklad 19

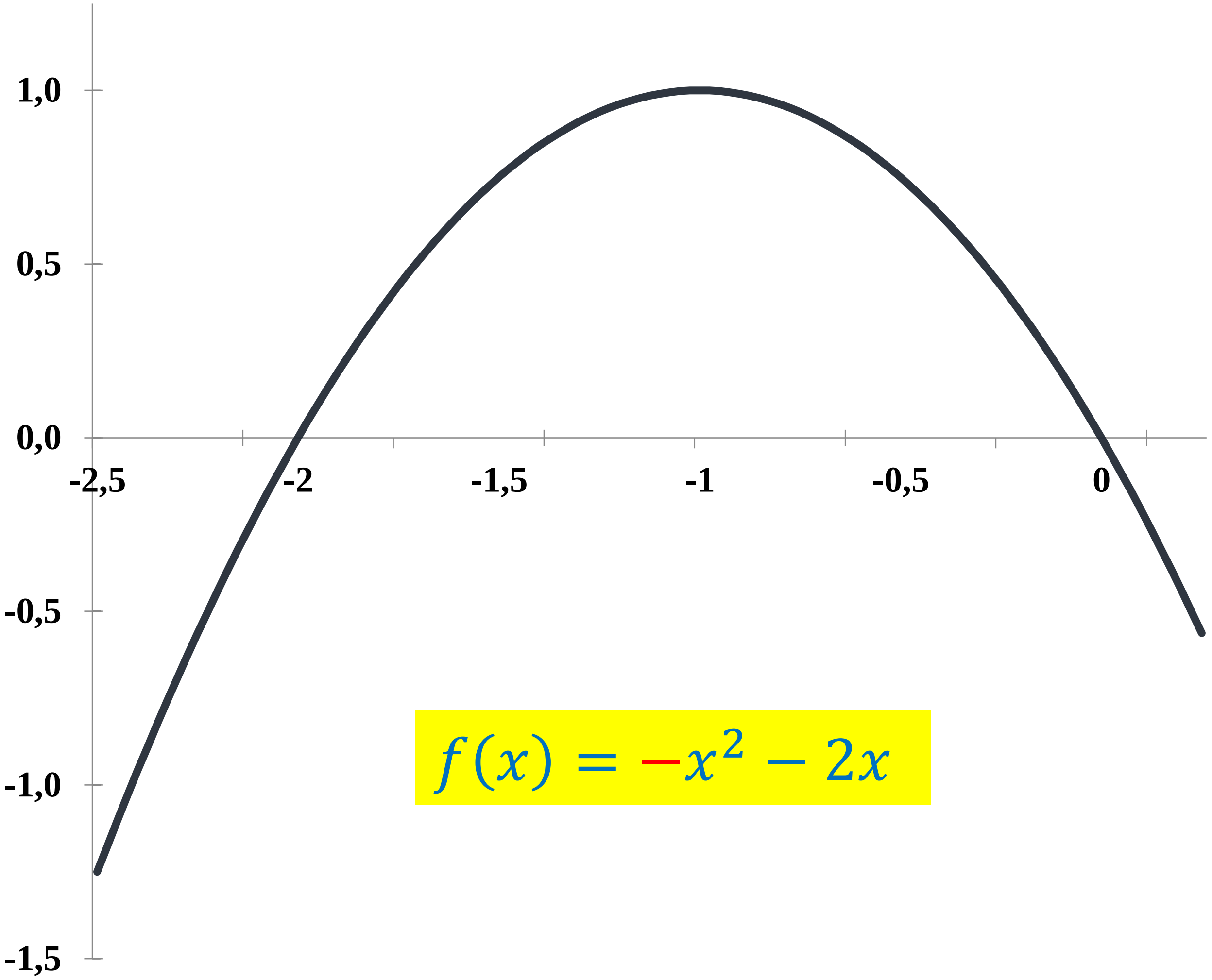
Příklad 19c

Uvažujme funkci $f(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu $f(x) = -x^2 - 2x$.

Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.

$D(f) = (-\infty, \infty)$,

$H(f) = \langle 1, -\infty)$.



Diskriminant $D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0 = 4 > 0$

$x_1 = -2 \; x_2 = 0$

Příklad 19

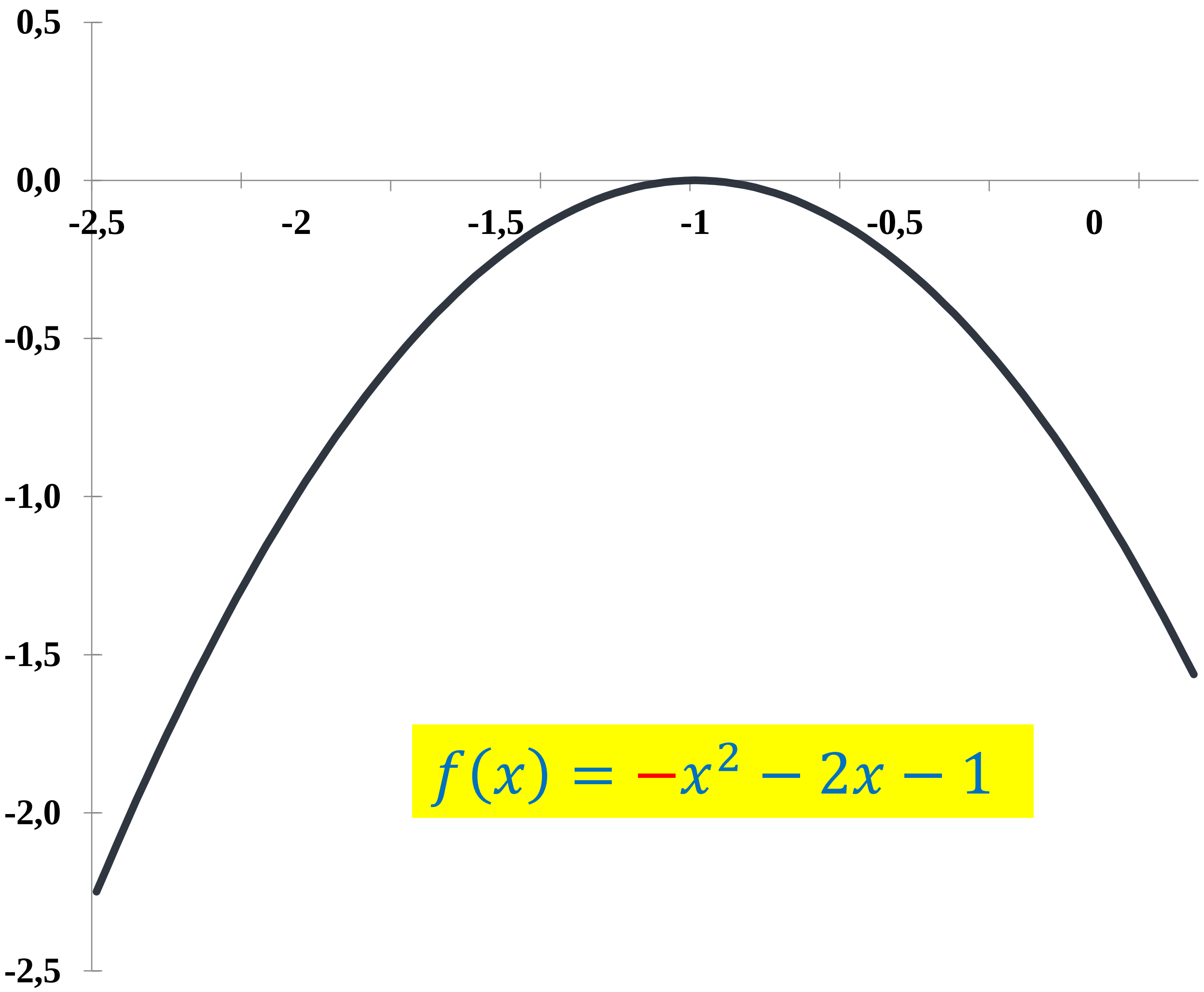
Příklad 19d

Uvažujme funkci $f(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu $f(x) = -x^2 - 2x - 1.$

Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.

$D(f) = (-\infty, \infty),$

$H(f) = \langle 0, -\infty).$



Diskriminant $D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 0$

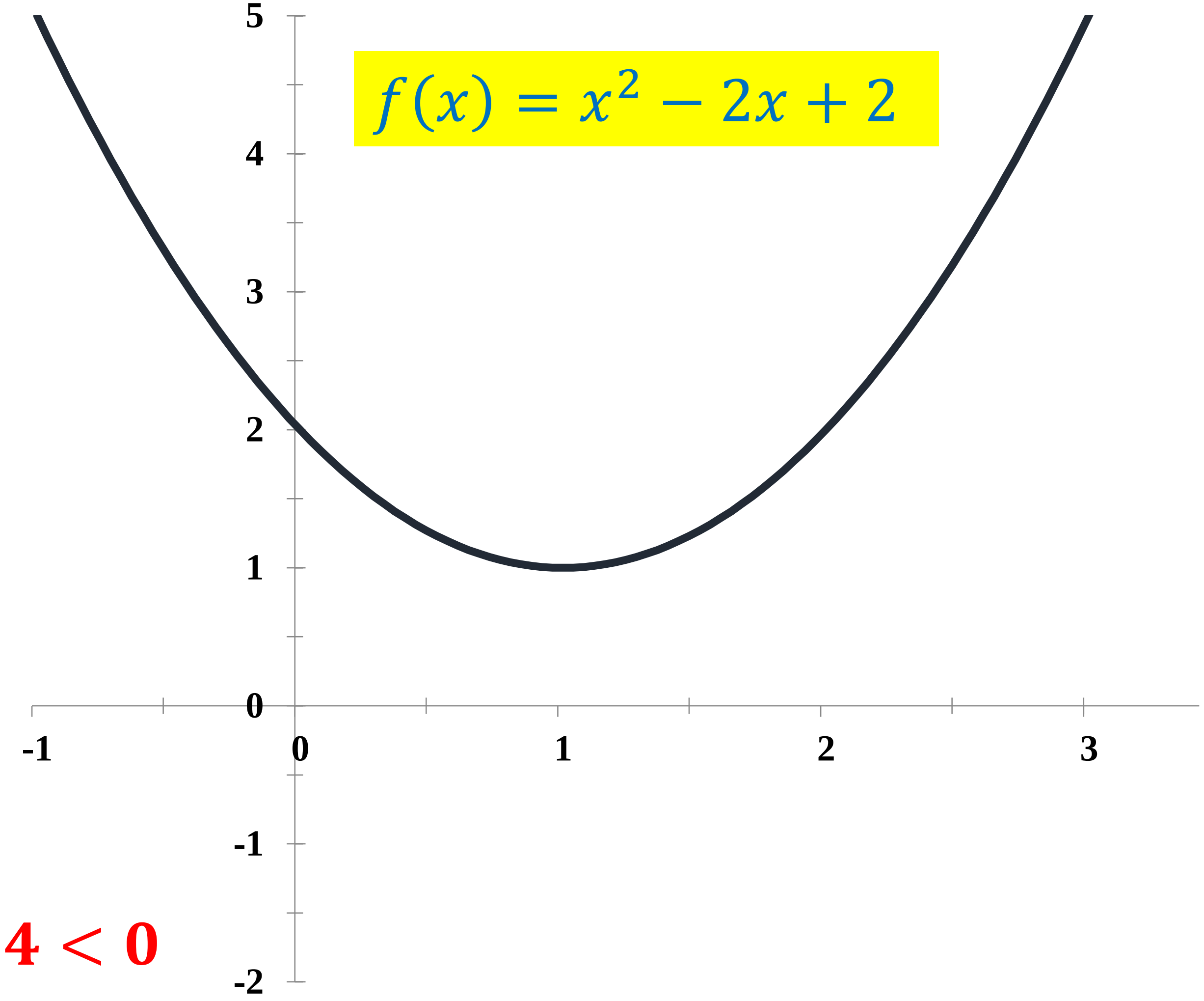
$x_{12} = -1$

Příklad 19

Příklad 19e

Uvažujme funkci $f(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu $f(x) = x^2 - 2x + 2$.
Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.

$D(f) = (-\infty, \infty)$,
$H(f) = \langle 1, \infty)$.



Diskriminant $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = \mathbf{-4 < 0}$

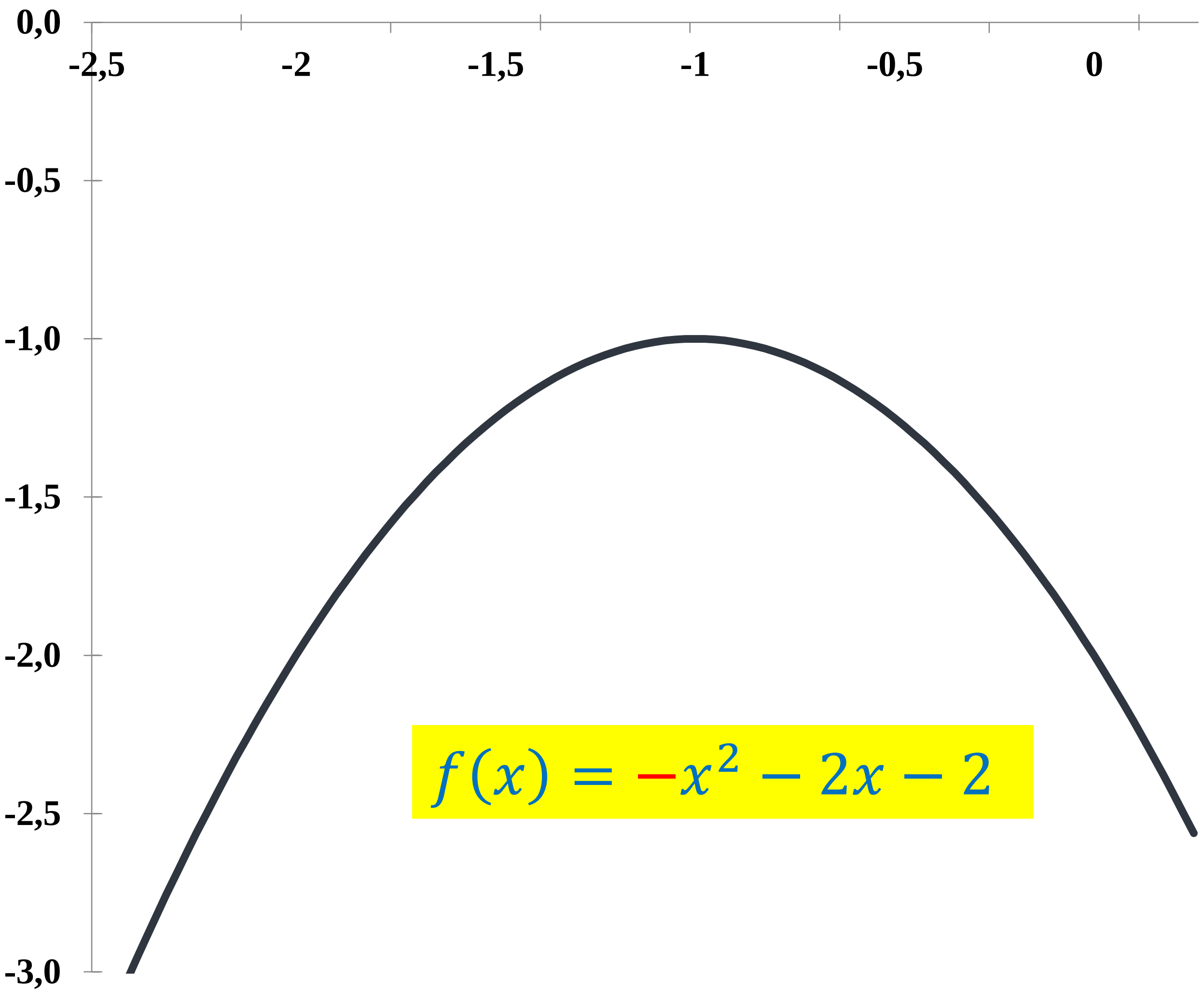
Příklad 19

Příklad 19d

Uvažujme funkci $f(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu $f(x) = -x^2 - 2x - 2.$
Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.

$D(f) = (-\infty, \infty),$

$H(f) = \langle -1, -\infty).$



Diskriminant $D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2) = \mathbf{-4 < 0}$

Funkce absolutní hodnota

$$f(x) = |x|$$

$x \geq 0 \qquad |x| = x$

$x < 0 \qquad |x| = -x$

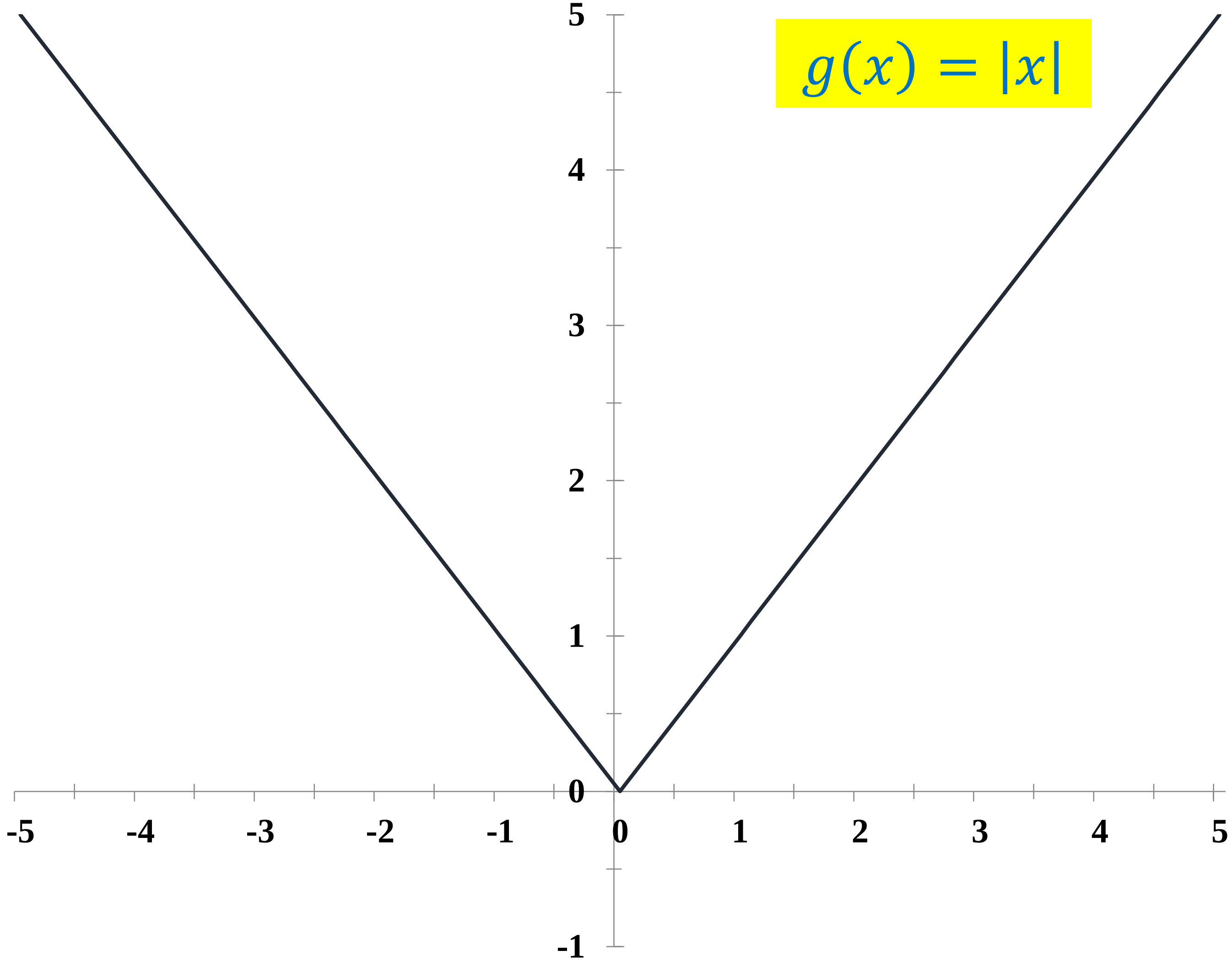
Příklad 20a.

Uvažujme funkci $g(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu $g(x) = |x|$.

Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.

$D(g) = (-\infty, \infty)$,

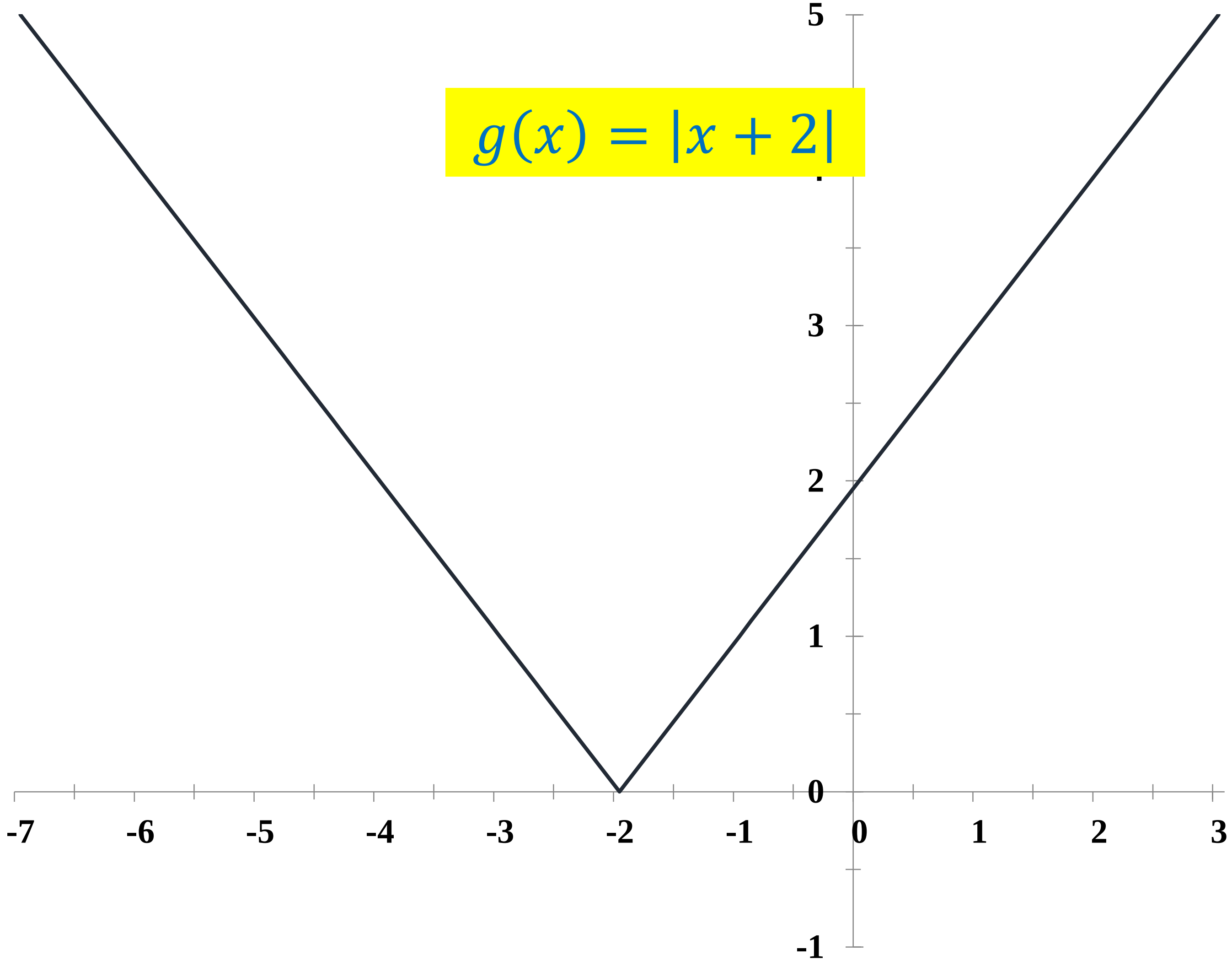
$H(g) = \langle 0, \infty)$.



Příklad 20b.

Uvažujme funkci $g(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu $g(x) = |x + 2|$.

Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.



$D(g) = (-\infty, \infty)$,

$H(g) = \langle 0, \infty)$.

Příklad 20c.

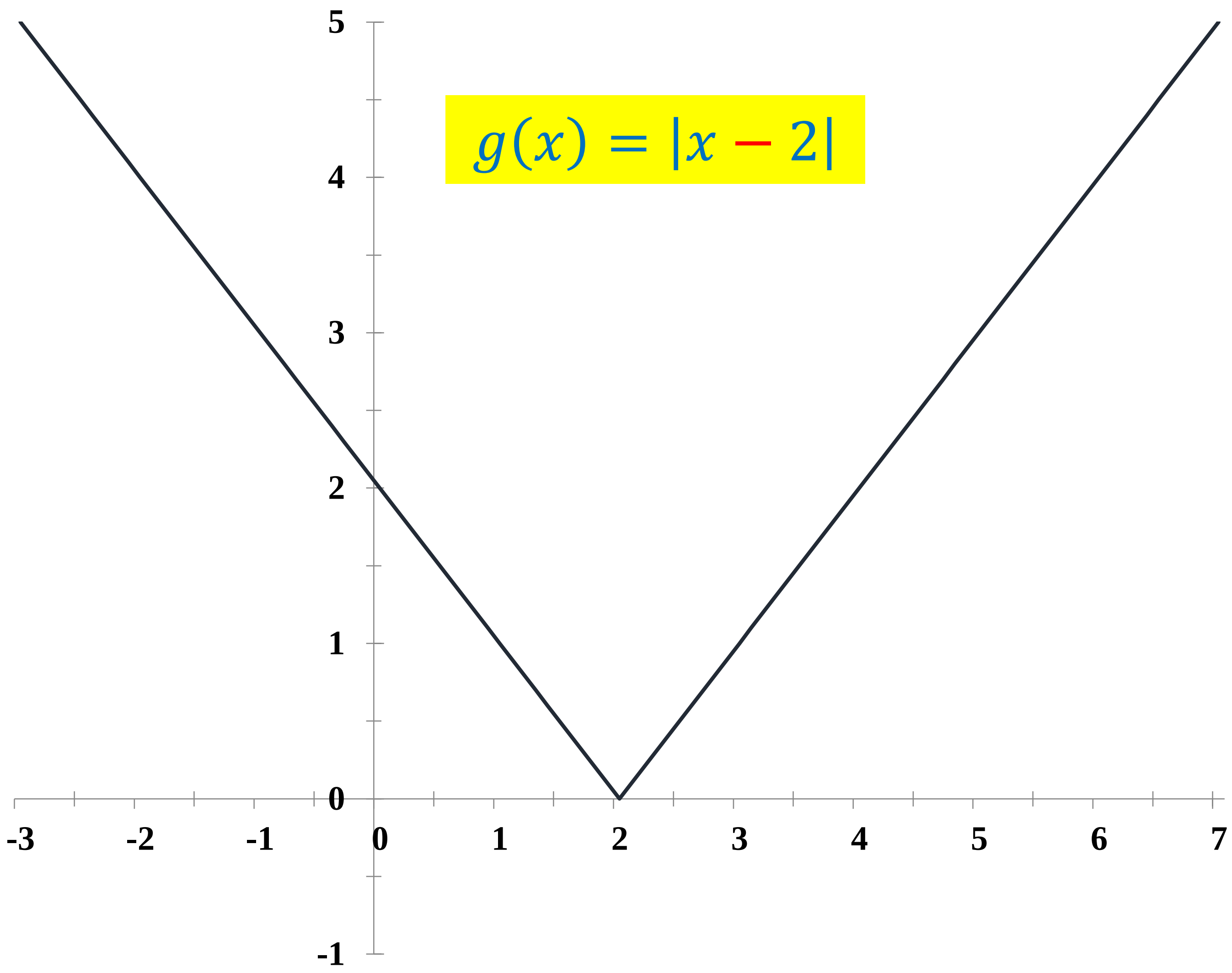
Uvažujme funkci $g(x)$, definovanou předpisem, který každému reálnému číslu x přiřazuje funkční hodnotu

$g(x) = |x - 2|$.

Určíme její definiční obor, obor hodnot i graf.

$D(g) = (-\infty, \infty)$,

$H(g) = \langle 0, \infty)$.



DĚKUJI ZA POZORNOST